

Débruitage des images SAR : Application de la TODDE (Transformée en Ondelettes Discrète à Diversité enrichie)

Alexandru ISAR ¹⁾, André QUINQUIS ²⁾, Michel LEGRIS ²⁾, Dorina ISAR ¹⁾

1) Faculté d'électronique et télécommunications, Université « Politehnica » de Timisoara, Roumanie

2) ENSIETA, Brest, France

Résumé :

Les images SAR sont perturbées par un bruit de type speckle et l'application de filtres de réduction de speckle est nécessaire afin de rendre les procédures d'exploitation de l'image optimales. L'article présente, à partir d'une méthode proposée par Donoho, un nouveau type de transformée en ondelettes discrète, nommée Transformée en Ondelettes Discrète à Diversité enrichie, TODDE et un nouveau filtrage dans le domaine de cette transformée. La construction de cette nouvelle transformation et la sélection de la méthode de filtrage appliquée, sont inspirées des méthodes utilisées en communications. Le principe de l'enrichissement de la diversité est utilisé pour la construction de la nouvelle transformée en ondelettes et combine les effets de plusieurs familles d'ondelettes lorsque le choix de celles-ci est rendu impossible en raison de l'absence de critères objectifs. La technique vise à réduire le bruit tout en préservant les discontinuités. Plusieurs exemples de simulation prouvent les performances de la nouvelle méthode de débruitage.

1. Introduction

Les systèmes SAR (*Synthetic Aperture Radar*) tirent profit du caractère tout temps du radar et de la capacité d'imagerie de haute résolution pour s'imposer dans un grand spectre d'applications aéronautiques ou spatiales à finalités militaires ou civiles. Le radar à ouverture synthétique ou SAR, est un capteur micro-ondes qui permet d'obtenir une image de haute résolution. La résolution dans la direction distance est obtenue par la transmission d'une certaine forme d'onde, tandis que la résolution dans la direction azimut est obtenue par la formation d'une ouverture synthétique. L'utilisateur peut ainsi sur une image distinguer certaines régions. Cependant, cette distinction est subjective, et d'autant plus délicate, dans le cas des images SAR que le speckle ("bruit" dû à l'addition cohérente des ondes rétrodiffusées par les cibles élémentaires contenues dans un pixel) nuit à la lisibilité des images.

Les filtres anti-speckle sont primordiaux pour l'étape de prétraitement afin d'améliorer les performances de la détection ou de la classification.

Un tel filtre doit réaliser une forte réduction du *speckle* dans les régions où la réflectivité radar est constante et garder les structures et les textures de l'image utile dans les autres régions. Il existe une grande diversité d'estimateurs utilisés au titre des filtres anti-speckle. Quelques estimateurs classiques sont :

- le filtre de Kuan (estimateur linéaire d'erreur quadratique moyenne minimale),
- le filtre de Frost (filtre de Wiener adapté au bruit multiplicatif), [Fjør., Lopè., Adra.'00].

Parmi les estimateurs modernes on trouve :

- le filtre MAP marginal (filtre de maximisation de la probabilité à posteriori),
- le filtre MAP à plusieurs échelles (minimisation de l'erreur Min-Max d'estimation), [Gagn.'99].

Initialement, ces estimateurs utilisaient des fenêtres d'analyse fixes. Puis, les dimensions des fenêtres glissantes ont été choisies de manière adaptative en tenant compte des analyses locales de l'image à traiter. Ainsi, une nouvelle catégorie d'estimateurs modernes utilise la théorie des ondelettes, [Bouc.'01], [Gagn.'99], [Isar, Quin., Leqr.'03]. Les méthodes de débruitage associées se décomposent alors en trois étapes:

- 1) le calcul de la transformée en ondelettes,
- 2) le filtrage du résultat obtenu,
- 3) le calcul de la transformée en ondelettes inverse du résultat.

Un des intérêts majeurs de ces méthodes est dû à la grande capacité de décorrélation des ondelettes. La puissance de l'image utile est concentrée en un nombre réduit de coefficients de la transformée en ondelettes et la puissance du bruit est étalée presque uniformément sur tous les coefficients de la transformée. Des comparaisons entre les résultats de l'application des méthodes de débruitage classiques et les résultats des méthodes basées sur la théorie des ondelettes ont démontré la supériorité de cette dernière classe de méthodes, [Gagn.'97], [Gilc.'02].

Plusieurs transformées en ondelettes peuvent être utilisées pour opérer ces traitements et appartiennent à deux classes : les transformées non- redondantes (la transformée en ondelettes discrète, TOD, [Dono.'94]), et les transformées redondantes (la transformée en ondelettes non décimée, TODND, [Bouc.'01], la transformée en ondelettes discrète complexe, TODC, [Gagn.'99], la transformée appelée *dual-tree complex wavelet transform*, DTCWT, [Send.'02], la transformée en ondelettes discrète à diversité enrichie, TODDE, [Isar, Quin., Leqr.'03]).

L'avantage des transformées redondantes est la diversité augmentée des leurs coefficients.

Plusieurs types de filtres peuvent par ailleurs être utilisés dans le domaine des ondelettes : le filtre de Wiener, [Zhan.'00], qui minimise l'erreur quadratique moyenne d'estimation, le filtre *hard-thresholding*, [Isar, Quin., Leqr.'03], qui conduit à une simplicité augmentée du traitement, le filtre *soft-thresholding*, [Dono.'94], [Gagn.'97], [Gagn.'99], qui minimise l'erreur Min-Max d'estimation, le filtre MAP marginal, [Bouc.'01], le filtre MAP de type *bishrink*, [Send.'02]).

Cet article propose une nouvelle méthode de débruitage des images SAR combinant les avantages substantiels extraits de l'utilisation de la TODDE et du filtre MAP de type *bishrink*.

Le deuxième paragraphe présente le schéma du système de débruitage proposé tandis que le troisième paragraphe établit une analyse statistique de la méthode de débruitage. Le quatrième paragraphe est dédié aux simulations et illustre le potentiel de la démarche proposée au travers de résultats obtenus sur des images synthétiques et réelles.

2. La méthode de débruitage proposée

Les images SAR, $i_r(x, y)$ sont perturbées par un bruit multiplicatif de type *speckle*, $br(x, y)$.

$$i_r(x, y) = i_o(x, y) \cdot br(x, y) \quad (1)$$

Lorsque le *speckle* est entièrement développé, l'hypothèse d'indépendance entre les processus aléatoires $i_o(x,y)$ et $br(x,y)$ peut être adoptée [Bouc.'01].

La structure du système de débruitage proposé est présentée sur la figure 1.

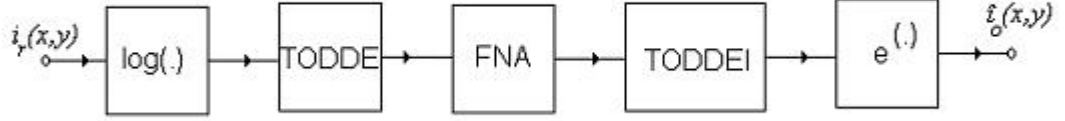


Figure 1. Le schéma du système de débruitage proposé.

La TODDE est appliquée après transformation du bruit multiplicatif en un bruit additif. Cette transformée est filtrée en utilisant le filtre *bishrink*. A la sortie du système, après le calcul de la transformée en ondelettes à diversité enrichie inverse, TODDEI, et après l'inversion du logarithme, on mesure l'estimation de l'image utile $\hat{i}_o(x,y)$.

3. L'analyse statistique de la méthode de débruitage proposée

Cette analyse sera faite bloc après bloc, en suivant le schéma de la figure 1.

3.1. L'analyse statistique de l'image de bruit d'entrée

Le *speckle* est un bruit blanc dont la puissance est distribuée en suivant une loi Gamma dont le paramètre est le nombre des vues, L, [Bouc.'01] :

$$f_{X_\Gamma}(x) = \frac{L^L}{\Gamma(L)} \cdot x^{L-1} \cdot e^{-Lx} \quad \text{pour } x \geq 0 \quad (2)$$

où, Γ désigne la fonction Gamma, introduite par Euler :

$$\Gamma(L) = \int_0^{\infty} t^{L-1} \cdot e^{-t} dt \quad (3)$$

La moyenne du *speckle* est égale à :

$$\mu_\Gamma = 1 \quad (4)$$

et la variance de cette variable aléatoire est :

$$\sigma_\Gamma^2 = E[X_\Gamma^2] - \mu_\Gamma^2 = \frac{L(L+1)}{L^2} - 1 = \frac{1}{L} \quad (5)$$

A partir du changement de variable, la variable aléatoire X_Γ se transforme en la variable aléatoire $Y_{\log-\Gamma}$ qui caractérise la répartition du bruit de type *speckle* à la sortie du premier bloc décrit sur la figure 1. La relation entre les densités de probabilité de ces deux variables aléatoires est :

$$\begin{aligned}
f_{Y_{\log-\Gamma}}(y) &= \frac{f_{X_{\Gamma}}(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|} \Big|_{x=e^y} = \frac{\frac{L^L}{\Gamma(L)} x^{L-1} e^{-Lx}}{\frac{1}{x}} \Big|_{x=e^y} = \\
&= \frac{L^L}{\Gamma(L)} x^L e^{-Lx} \Big|_{x=e^y} = \frac{L^L}{\Gamma(L)} e^{Ly} e^{-Le^y}
\end{aligned} \tag{6}$$

La moyenne de la loi log-Gamma vaut :

$$\mu_{\log-\Gamma} = \sum_{k=1}^{L-1} \frac{1}{k} - \gamma - \ln L \tag{7}$$

où γ est le nombre d'Euler.

La variance est égale à :

$$\sigma_{\log-\Gamma}^2 = \frac{\pi^2}{6} - \sum_{k=1}^{L-1} \frac{1}{k^2} \tag{8}$$

En conséquence de quoi, il est évident de noter que le bruit qui perturbe le logarithme de l'image utile est blanc et distribué suivant une loi log-Gamma dont les caractéristiques sont données par les relations (6), (7) et (8).

3.2. L'analyse statistique de la TODDE

Au commencement on décrit cette nouvelle transformée.

3.2.1. Le principe de la TODDE

Le principe de calcul de la transformée en ondelettes discrète à diversité enrichie, TODDE, est présenté dans la figure suivante.

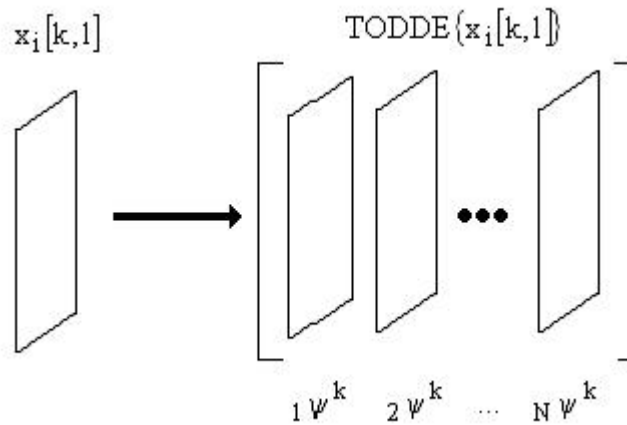


Figure 2. Le principe de la TODDE.

C'est une transformée redondante, qui réalise la correspondance entre la matrice d'entrée, $x_i[k,l]$ et la matrice tridimensionnelle $TODDE[[k,l], m]$. Chaque colonne de la matrice représente l'image de la transformée en ondelettes discrète, TOD_r , de la matrice d'entrée, calculée en utilisant une ondelette mère différente (indexée par r). On utilisera les neuf ondelettes mères à support compact qui ont les supports les plus courts et un nombre de moments nuls de deux à dix (ondelettes de Ingrid Daubechies [Daub'88]).

Cette transformation peut être inversée. En effet, en inversant chaque colonne, à l'aide de la transformée en ondelettes inverse, $TODI_r$, correspondante, on obtient une nouvelle matrice et en calculant la moyenne arithmétique des colonnes de celle-ci, l'image initiale, $x_i [k,l]$, est reconstruite.

3.2.2. L'analyse statistique de la TOD

Une itération de la transformée en ondelettes discrète d'une image est réalisée par le schéma présenté sur la figure 3.

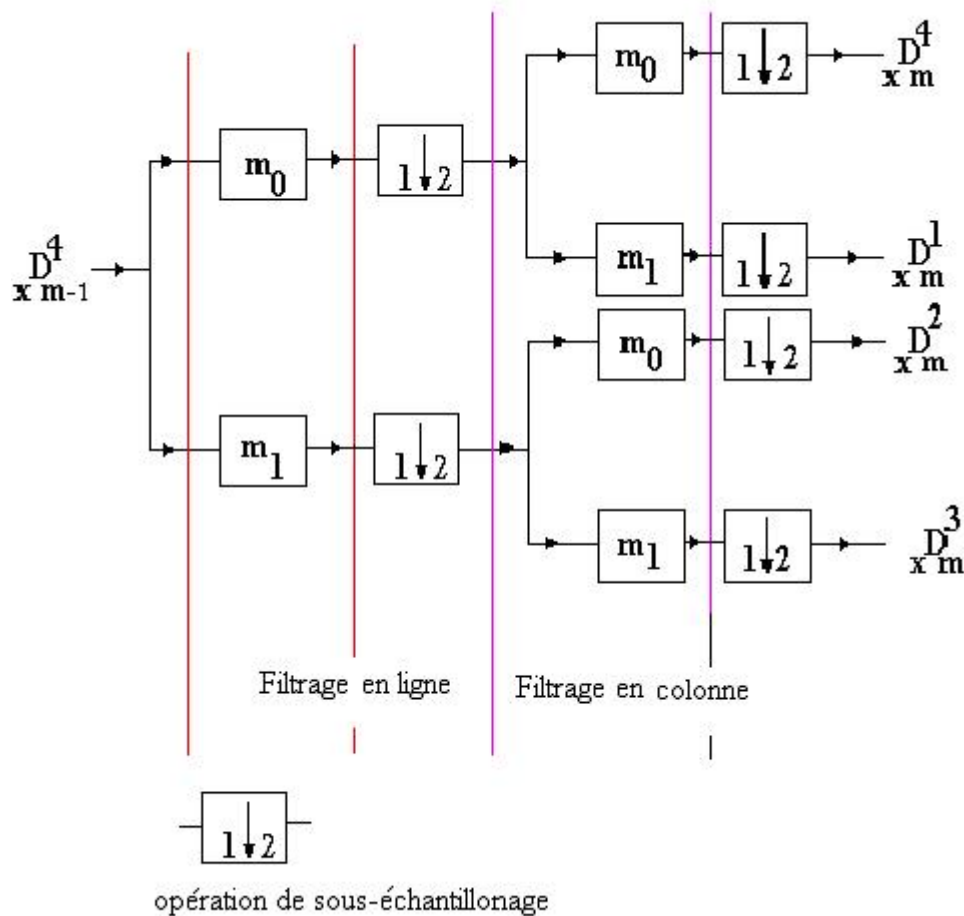


Figure 3. Le schéma de calcul de la m-ième itération de la transformée en ondelettes discrète d'une image.

L'image d'entrée représente la sous-image d'approximation $x_{m-1}^{D^4}$ obtenue à l'itération $m-1$. Les sous-images d'approximation, $x_m^{D^4}$ et de détail : $x_m^{D^3}$, $x_m^{D^2}$ et $x_m^{D^1}$ sont alors obtenues à la sortie de l'opérateur. L'image d'entrée de la première itération est l'image numérique à traiter notée $x_0^{D^4}$. Les coefficients d'une sous-image peuvent être calculés en utilisant la relation suivante :

$$x_m^k [n,p] = \langle x(\tau_1, \tau_2), \psi_{m,n,p}^k(\tau_1, \tau_2) \rangle \quad k = \overline{1,4} \quad (9)$$

où l'ondelette mère peut être factorisée à l'aide du produit :

$$\psi_{m,n,p}^k(\tau_1, \tau_2) = \alpha_{m,n,p}^k(\tau_1) \cdot \beta_{m,n,p}^k(\tau_2) \quad (10)$$

et les deux facteurs peuvent être calculés à l'aide des fonctions d'échelle $\varphi(\tau)$ et ondelette mère $\psi(\tau)$ en utilisant les relations suivantes :

$$\alpha^{k}_{m,n,p}(\tau) = \begin{cases} \varphi_{m,n}(\tau), & k=1,4 \\ \psi_{m,n}(\tau), & k=2,3 \end{cases} \quad \beta^{k}_{m,n,p}(\tau) = \begin{cases} \varphi_{m,n}(\tau), & k=2,4 \\ \psi_{m,n}(\tau), & k=1,3 \end{cases} \quad (11)$$

où:

$$\varphi_{m,n}(\tau) = 2^{-\frac{m}{2}} \varphi\left(2^{-m}\tau - n\right) \quad \text{et} \quad \psi_{m,n}(\tau) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi\left(2^{-m}\tau - n\right) \quad (12)$$

L'image x est la somme du logarithme de l'image utile, s , et du logarithme de l'image de bruit, b :

$$x = s + b$$

Puisque ces deux processus aléatoires sont décorrélés, on peut écrire :

$$\Gamma_{x D_m^k} = \Gamma_{s D_m^k} + \Gamma_{b D_m^k}$$

La fonction de corrélation de la variable aléatoire $x D_m^k[n, p]$ est donnée par la relation:

$$\Gamma_{x D_m^k}[n_1, n_2, p_1, p_2] = E \left\{ x D_m^k[n_1, p_1] \left(x D_m^k[n_2, p_2] \right)^* \right\} = \int_{R^4} E \left\{ x(\tau_1, \tau_2) x^*(\tau_3, \tau_4) \cdot \psi_{m,n_1,p_1}^*(\tau_1, \tau_2) \cdot \psi_{m,n_2,p_2}(\tau_3, \tau_4) \right\} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4$$

C'est à dire :

$$\begin{aligned} \Gamma_{x D_m^k}[n_1, n_2, p_1, p_2] &= \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \gamma_x \left(2^{-m}v_1, 2^{-m}v_2 \right) \cdot \left| \mathfrak{S}_2 \left\{ \psi^k \right\} (v_1, v_2) \right|^2 \cdot e^{-j[v_1(n_2-n_1)+v_2(p_2-p_1)]} \\ & \quad dv_1 dv_2 \end{aligned} \quad (13)$$

En tenant compte du fait que le bruit d'entrée, b , est blanc, de variance $\sigma_{\log-\Gamma}^2$, on peut écrire :

$$\gamma_b \left(2^{-m}v_1, 2^{-m}v_2 \right) = \sigma_{\log-\Gamma}^2$$

et l'expression de la fonction de corrélation des coefficients de la transformée en ondelettes discrète de l'image de bruit est :

$$\Gamma_{bb D_m^k}[n, p] = \sigma_{\log-\Gamma}^2 \cdot \delta[n] \cdot \delta[p] \quad (14)$$

Ainsi, les séquences de coefficients de la transformée en ondelettes discrète de l'image de bruit sont des sous-images de bruit blanc à temps discret et de même variance. La sélection de l'ondelette mère n'influe pas sur le résultat.

Les moments du premier et du deuxième ordre de l'image filtrée par la TOD sont alors.

$$\begin{aligned} E \left\{ x D_m^k[n, p] \right\} &= E \left\{ \int_{R^2} x(\tau_1, \tau_2) \cdot \psi_{m,n,p}^{k*}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right\} = \\ &= \mu_x \cdot \mathfrak{S}_2 \left\{ \psi_{m,n,p}^{k*} \right\} (0, 0) = \mu_x \cdot 2^m \cdot \mathfrak{S}_2 \left\{ \psi^{k*} \right\} (0, 0) = \\ &= \mu_x \cdot 2^m \cdot \mathfrak{S} \left\{ \alpha^{k*} \right\} (0) \cdot \mathfrak{S} \left\{ \beta^{k*} \right\} (0) = \begin{cases} 0, & k=1,2,3 \\ 2^m \cdot \mu_x, & k=4 \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

Seule la moyenne de l'image d'approximation de la TOD est non-nulle. La TOD de l'image de bruit, b , a une moyenne donnée par :

$$E\{bb D_m^k [n, p]\} = \begin{cases} 0, & k = 1, 2, 3 \\ 2^m \cdot \mu_{\log-\Gamma}, & k = 4 \end{cases} \quad (16)$$

En pratique, on utilise des TODs calculées avec le nombre d'itérations le plus grand possible. Les dimensions de la sous-image d'approximation sont alors très petites. C'est le motif pour lequel cette sous-image n'est pas filtrée dans la plupart des méthodes de débruitage, basées sur l'utilisation de la théorie des ondelettes. La variance de la TOD de l'image de bruit peut être calculée en utilisant la relation :

$$\begin{aligned} \sigma_{x D_m^k}^2 &= E\left\{\left|x D_m^k [n, p]\right|^2\right\} = \Gamma_{x D_m^k}(0, 0) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \gamma_x(2^m v_1, 2^m v_2) \left|\mathfrak{S}_2\{\psi^k\}(v_1, v_2)\right|^2 dv_1 dv_2 \end{aligned} \quad (17)$$

La TOD de l'image de bruit, b , a donc une variance donnée par :

$$\sigma_{b D_m^k}^2 = \begin{cases} \sigma_{\log-\Gamma}^2 & k = 1, 2, 3 \\ \sigma_{\log-\Gamma}^2 - 2^{2m} \mu_{\log-\Gamma}^2 & k = 4 \end{cases} \quad (18)$$

Cette variance est constante pour toutes les sous-images de détail. On peut donc l'estimer uniquement à partir de la première sous-image de détails diagonaux, et utiliser cette quantité pour le filtrage de toutes les sous-images de détail.

Parce que pour m suffisamment grand :

$$\sigma_b^2 - 2^{2m} \gamma^2 \cong 0$$

on peut conclure que, après quelques itérations, le bruit contenu dans les sous-images d'approximation a été complètement éliminé. Aussi, pour les TODs calculées en faisant un grand nombre d'itérations, il suffit de filtrer les sous-images de détail. Chacune de ces sous-images est modélisée par une variable aléatoire dont la densité de probabilité peut être calculée à l'aide des changements de variables, en partant d'une variable aléatoire répartie selon une loi log-Gamma. Puisque la TOD entière est obtenue par la réunion de ces sous-images, TODd, et la sous-image d'approximation, TODa, on peut appliquer le théorème de la limite centrale en obtenant, pour la répartition de la TODd du bruit, une densité de probabilité presque Gaussienne. Parce que toutes les sous-images de détail sont de variables aléatoires de moyenne nulle, cette Gaussienne est aussi de moyenne nulle.

L'auto corrélation de la TOD de s est donnée par :

$$\Gamma_{s D_m^k} [n, p] = 2^{2m} \Gamma_s [2^m n, 2^m p] \quad (19)$$

sa moyenne, par :

$$E\{s D_m^k [n, p]\} = \begin{cases} 0, & k = 1, 2, 3 \\ 2^m \cdot \mu_s, & k = 4 \end{cases} \quad (20)$$

et sa variance, par :

$$\sigma_{s D_m^k}^2 = 2^{2m} \sigma_s^2 \quad (21)$$

La variance des sous-images de la TOD issues de l'image utile augmente selon l'indice d'itération.

Comme montré sur la figure 1, la TODDE réalise une augmentation de la diversité par le calcul de plusieurs TODs qui diffèrent par le choix de l'ondelette mère. Les conclusions de l'analyse statistique de la TOD s'appliquent alors à l'analyse statistique de la TODDE.

3.3. L'analyse statistique du filtre *bishrink*

Ce filtre a été proposé dans [Send.'02].

3.3.1. Le principe du filtre *bishrink*

Comme le montre la relation (13), il y a une certaine corrélation entre un coefficient de la TOD située à une échelle donnée et le même coefficient situé dans la même position géométrique à l'échelle suivante (appelé "parent" du coefficient considéré). [Send.'02(1)] prend seulement en compte la dépendance entre un coefficient (appartenant à une certaine sous-image de détails) et son "parent". Ce type de dépendance est représenté sur la figure 4.

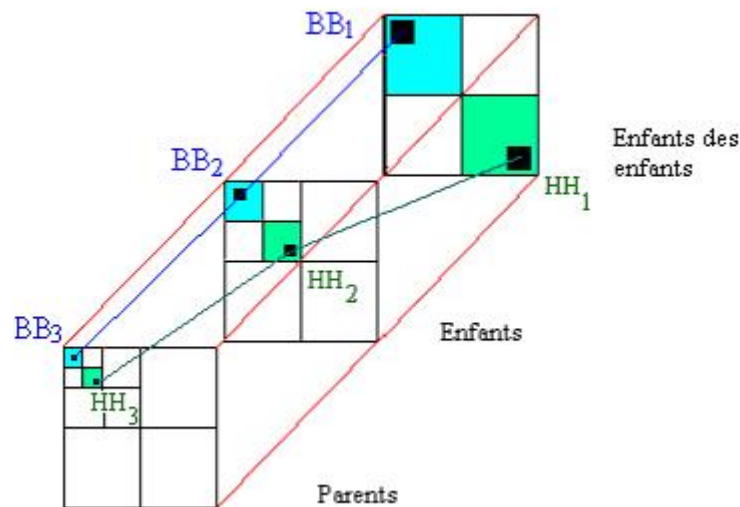


Figure 4. La dépendance à travers les échelles des coefficients de la TOD. Par exemple les coefficients "parents" des coefficients de la sous-image HH_2 se trouvent dans la sous-image HH_3 .

En utilisant les coefficients "parent" et "enfant", il est possible d'estimer le coefficient "enfant" en utilisant un filtre MAP.

Soit 1x_r le coefficient de détail considéré et 2x_r son "parent" (le coefficient de détail situé dans la même position mais calculé à l'itération suivante). En analysant la figure 4 on constate qu'en fait à un coefficient de type "parent" correspondra une zone de quatre coefficients "enfants". C'est la raison pour laquelle chaque image contenant des coefficients "parents" sera sur-échantillonnée pour avoir le même nombre d'éléments que l'image contenant les coefficients "enfants" correspondants. Les paramètres statistiques des coefficients "enfants" (moyenne, variance) seront alors déterminés en utilisant les coefficients "parents" de même position spatiale et les coefficients "enfants" voisins, situés dans une fenêtre rectangulaire, centrée sur le coefficient "enfant" courant.

On peut écrire :

$$^1x_r = ^1s_r + ^1b_r \quad (22)$$

et :

$$^2x_r = ^2s_r + ^2b_r \quad (23)$$

C'est à dire :

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{s}_r + \mathbf{b}_r \quad (24)$$

en utilisant les notations :

$$\mathbf{x}_r = \begin{pmatrix} {}^1x_r, {}^2x_r \end{pmatrix}; \quad \mathbf{s}_r = \begin{pmatrix} {}^1s_r, {}^2s_r \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b}_r = \begin{pmatrix} {}^1b_r, {}^2b_r \end{pmatrix} \quad (25)$$

L'estimateur MAP de \mathbf{s}_r à partir de l'observation \mathbf{x}_r (perturbée par bruit) est donné par :

$$\hat{\mathbf{s}}_r(\mathbf{x}_r) = \arg \max_{s_r} \{ \ln (p_{br}(\mathbf{x}_r - \mathbf{s}_r)p_{sr}(\mathbf{s}_r)) \} \quad (26)$$

En faisant l'hypothèse vérifiée (aux grandes échelles) que l'image b_r (qui corresponde à la TOD du bruit) est modélisée par bruit blanc Gaussien de moyenne nulle, alors :

$$p_{b_r}(\mathbf{b}_r) = \frac{1}{2\pi\sigma_b^2} e^{-\frac{{}^1b_r^2 + {}^2b_r^2}{2\sigma_b^2}} \quad (27)$$

[Send.'02] propose le modèle suivant pour la TOD de l'image utile :

$$p_{s_r}(\mathbf{s}_r) = \frac{3}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\sqrt{3}}{\sigma} \sqrt{({}^1s_r)^2 + ({}^2s_r)^2}} \quad (28)$$

où 1s_r représente l'ensemble des coefficients de la r-ième TOD de l'image utile, et calculés à la m-ième itération et 2s_r représente l'ensemble des coefficients de la r-ième TOD de l'image utile, calculés à l'itération suivante.

A l'aide de la notation $f(\mathbf{s}_r) = \ln(p_{s_r}(\mathbf{s}_r))$, l'équation du filtre MAP, avec les densités de probabilité définies dans les relations (27) et (28) prend la forme :

$$\hat{\mathbf{s}}_r(\mathbf{x}_r) = \arg \max_{s_r} \left\{ -\frac{({}^1x_r - {}^1s_r)^2}{2\sigma_b^2} - \frac{({}^2x_r - {}^2s_r)^2}{2\sigma_b^2} + f(\mathbf{s}_r) \right\} \quad (29)$$

Cette forme est équivalente au système d'équations :

$$\begin{aligned} \frac{{}^1x_r - \hat{{}^1s}_r}{\sigma_b^2} + \frac{\partial f}{\partial {}^1s_r}(\mathbf{s}_r) &= 0 \\ \frac{{}^2x_r - \hat{{}^2s}_r}{\sigma_b^2} + \frac{\partial f}{\partial {}^2s_r}(\mathbf{s}_r) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

c'est à dire :

$$\begin{aligned} \frac{{}^1x_r - \hat{{}^1s}_r}{\sigma_b^2} + f_1(\mathbf{s}_r) &= 0 \\ \frac{{}^2x_r - \hat{{}^2s}_r}{\sigma_b^2} + f_2(\mathbf{s}_r) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

En tenant compte de la définition de la fonction f :

$$f(\mathbf{s}_r) = \ln p_{s_r}(\mathbf{s}_r) \quad (32)$$

et de la densité de probabilité exprimée par la relation (28), le dernier système d'équations prend la forme :

$$\frac{\hat{{}^1s}_r - {}^1x_r}{\sigma_b^2} - \frac{\sqrt{3}}{\sigma} \frac{\hat{{}^1s}_r}{\sqrt{{}^1x_r^2 + {}^2x_r^2}} = 0$$

$$\frac{\hat{s}_r - {}^2x_r}{\sigma_b^2} - \frac{\sqrt{3}}{\sigma} \frac{\hat{s}_r}{\sqrt{{}^1x_r^2 + {}^2x_r^2}} = 0 \quad (33)$$

La première solution du dernier système est :

$$\hat{s}_r = \frac{\left(\sqrt{({}^1x_r)^2 + ({}^2x_r)^2} - \frac{\sqrt{3}\sigma_b^2}{\sigma} \right)_+}{\sqrt{({}^1x_r)^2 + ({}^2x_r)^2}} \cdot {}^1x_r \quad (34)$$

où :

$$(g)_+ = \begin{cases} g & \text{pour } g > 0 \\ 0 & \text{si } non \end{cases} \quad (35)$$

σ_b peut être estimé en utilisant la relation :

$$\sigma_b^2 = \frac{\text{median}(|x_r(n, p)|)}{0.6745} \quad (n, p) \in D_1^3 \quad (36)$$

Pour l'estimation de σ , les relations suivantes peuvent être utilisées. Pour estimer la variance locale de l'image utile, il faut calculer sa moyenne :

$$\hat{m}_{s_r}[n, p] = \frac{1}{(2P+1)^2} \sum_{(k, l) \in F_{n, p}} x_r[k, l] \quad (37)$$

où, $F_{n, p}$ représente une fenêtre glissante centrée sur la position du coefficient à filtrer. La variance de l'image acquise contenue dans la fenêtre devient alors :

$$\hat{\sigma}_{x_r}^2[n, p] = \frac{1}{(2P+1)^2} \sum_{(k, l) \in F_{n, p}} \left(x_r[k, l] - \hat{m}_{s_r}[n, p] \right)^2 \quad (38)$$

En utilisant ces valeurs, la variance de l'image utile est donnée par :

$$\hat{\sigma}^2[n, p] = \max \left(0, \hat{\sigma}_{x_r}^2[n, p] - \sigma_b^2 \right) \quad (39)$$

3.3.2. L'analyse statistique du filtre *bishrink*

En analysant la relation (34), il est possible de noter la parfaite symétrie par rapport au point (0,0) du filtre *bishrink*. Celui-ci ne modifie pas une image dont les *pixels* ont des valeurs nulles. Puisque toutes les sous-images de détails d'une TOD donnée sont à valeur moyenne nulle, et puisque dans la méthode de débruitage proposée les sous-images d'approximation ne sont pas filtrées, on peut constater que la moyenne de chaque sous-image de détails filtrée est également nulle. Le filtre *bishrink* ne modifie pas la moyenne des images traitées. L'estimateur est non biaisé. Parce que la moyenne du logarithme du *speckle* n'est pas nulle, il est nécessaire d'enlever du chaque coefficient d'approximation, l'espérance de ce bruit. C'est important car on est dans l'espace log et le retour en exponentiel risque d'amplifier ce biais.

La relation (34) peut être mise sous la forme :

$$\left(\hat{1}_{s_r}\right)^2 = \begin{cases} \frac{\left(\sqrt{\left({}^1x_r\right)^2 + \left({}^2x_r\right)^2} - \frac{\sqrt{3}\sigma_b^2}{\sigma}\right)^2}{\left({}^1x_r\right)^2 + \left({}^2x_r\right)^2} \cdot \left({}^1x_r\right)^2 & \text{si } \sqrt{\left({}^1x_r\right)^2 + \left({}^2x_r\right)^2} > \frac{\sqrt{3}\sigma_b^2}{\sigma} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

ou :

$$\left(\hat{1}_{s_r}\right)^2 \leq \begin{cases} \left({}^1x_r\right)^2 & \text{si } \sqrt{\left({}^1x_r\right)^2 + \left({}^2x_r\right)^2} > \frac{\sqrt{3}\sigma_b^2}{\sigma} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

En prenant la moyenne statistique dans les deux membres de la dernière relation on peut écrire :

$$\sigma_{\hat{1}_{s_r}}^2 \leq \sigma_{1_{x_r}}^2$$

l'estimateur *bishrink* est performant.

Puisque pour le calcul de la TODDEI, l'opération de calcul de la moyenne des colonnes est rendue nécessaire la variance sera réduite encore par le système de calcul de la moyenne.

3.4. Comparaison des performances des différents filtres

Afin de mettre en évidence les avantages de l'association de la TODDE avec le filtrage *bishrink*, nous présentons quelques résultats décrits dans le tableau suivant. Différentes solutions pour le filtrage dans le domaine de la TOD sont abordées. Une comparaison est faite entre les résultats obtenus en utilisant le filtre de Wiener d'ordre zéro, le filtre de Wiener d'ordre supérieur, le filtre *hard-thresholding*, le filtre *soft-thresholding* et le filtre *bishrink*. L'image de référence (Lenna) est perturbée par un bruit blanc additif. Les différents résultats de simulation sont comparés par le rapport signal à bruit de sommet, RSBS, (*pick signal to noise ratio*).

$$RSBS = 20 \log_{10} \frac{256}{\sqrt{eqm}}$$

où *eqm* représente l'erreur quadratique moyenne d'estimation.

Les TODs correspondant aux neuf ondelettes mère de Daubechies ayant un nombre de moments nuls variant de 2 à 10 sont calculées. Après avoir appliqué la méthode de filtrage spécifique à chacune de ces transformées, le calcul des TODIs correspondantes est mené afin de déterminer le RSBS. Le meilleur résultat est spécifié, dans le tableau, dans la première sous-colonne de la colonne correspondant au filtre analysé. En moyennant arithmétiquement les résultats de chaque TOD, on obtient le résultat de la TODDE. Le rapport signal à bruit de sommet obtenu est également enregistré dans la deuxième sous-colonne de la colonne du tableau, correspondant au filtre analysé. Ainsi on peut comparer l'effet de l'association de la méthode de filtrage étudiée à une certaine ondelette mère (la meilleure pour l'image considérée parmi les ondelettes mère de Daubechies) avec l'effet de l'association de la méthode de filtrage étudiée et la TODDE.

La réponse impulsionnelle du filtre de Wiener d'ordre zéro est, [Zhan.'00] :

$$\hat{h}_{n,p}[x,y] = \frac{\hat{\sigma}^2 [n,p]}{\hat{\sigma}^2 [n,p] + \sigma_b^2} \delta[x,y]$$

La variance du bruit a été estimée en utilisant la relation (36). La variance de l'image utile a été estimée en utilisant les relations (37), (38) et (39) dans une fenêtre glissante, $F_{n,p}$, de taille 3x3, centrée sur le pixel dont la variance est estimée. Les résultats ainsi obtenus sont présentés dans la troisième colonne du tableau. Le filtre de Wiener d'ordre supérieur utilise le modèle suivant de la fonction d'auto corrélation de la TOD d'une image réelle :

$${}_{(n,p)}\Gamma_s[k,l] = \begin{cases} r_{0,0}\rho^{|k|+|l|}, & (k,l) \in F_{n,p} \\ 0, & |k| > nP \quad \text{ou} \quad |l| > pP \end{cases}$$

Ce modèle, pour $\rho < 1$, montre que l'influence du *pixel* central sur les autres *pixels* de la fenêtre diminue lorsque la distance entre ces *pixels* augmente. La vitesse de décroissance dépend de la valeur de ρ .

La valeur $r_{0,0}$ est donnée par $\hat{\sigma}^2 [n,p]$. La réponse impulsionnelle du filtre de Wiener d'ordre supérieur est la solution du système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} h(1,1) \\ h(1,0) \\ h(0,1) \\ h(0,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{00} + \sigma_b^2 & r_{00}\rho & r_{00}\rho & r_{00}\rho^2 \\ r_{00}\rho & r_{00} + \sigma_b^2 & r_{00}\rho & r_{00}\rho \\ r_{00}\rho & r_{00}\rho & r_{00} + \sigma_b^2 & r_{00}\rho \\ r_{00}\rho^2 & r_{00}\rho & r_{00}\rho & r_{00} + \sigma_b^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_{00}\rho^2 \\ r_{00}\rho \\ r_{00}\rho \\ r_{00} \end{bmatrix}$$

Les résultats obtenus en utilisant ce filtre sont présentés dans la quatrième colonne du tableau pour $\rho = 0.7$.

Le filtre non-linéaire de type soft-thresholding est décrit par la relation entrée-sortie suivante :

$$soft(g, \tau) = \text{sgn}(g)(|g| - \tau)_+$$

Si le seuil τ est choisi en accord avec la valeur de la variance de l'image de bruit alors ce filtre est adaptatif, [Dono.'94]. Une constante de proportionnalité prend différentes valeurs correspondant à différentes fonctions de coût. Dans le cas de la minimisation de l'erreur Min-Max d'approximation, cette constante vaut $\sqrt{2 \ln N}$ où N représente le nombre des *pixels* de l'image. Une autre valeur, spécifique pour le critère de minimisation de la puissance de bruit à la sortie, est 3 (tenant compte de la règle de 3σ pour la ddp Gaussienne). Le critère de choix de la constante de proportionnalité utilisé pour les résultats présentés dans le tableau est la maximisation du rapport signal à bruit de sommet de sortie. Ainsi, la valeur de cette constante a été retenue pour que le rapport signal à bruit de sommet associé à chaque TOD soit maximal. Les résultats obtenus sont présentés dans la cinquième colonne du tableau.

La relation entrée-sortie pour le filtre *hard-thresholding* est :

$$hard(g, \tau) = (|g| - \tau)_+$$

La valeur du seuil du filtre *hard-thresholding*, τ , a été retenue pour que le rapport signal à bruit de sommet associé à chaque TOD soit maximal. Les résultats obtenus sont présentés dans la sixième colonne du tableau.

La dernière colonne du tableau présente les résultats obtenus en utilisant le filtre *bishrink*.

Tableau 1. La comparaison des différentes méthodes de filtrage.

σ_b	Entrée	Wiener d'ordre 0		Wiener d'ordre supérieur		Soft thresholding		Hard thresholding		Bishrink	
		MTOD	TODDE	MTOD	TODDE	MTOD	TODDE	MTOD	TODDE	MTOD	TODDE
10	28.14	D5, 32.60	32.88	D 6 31.90	32.41	D 4 30.99	31.80	D 5 30.81	33.37	D 6 34.23	35.01
15	24.64	D9 29.51	29.61	D6 29.22	29.70	D5 28.90	29.77	D 5 28.25	30.91	D 6 32.29	33.14
20	22.10	D 10 27.28	27.29	D 6 27.31	27.69	D 5 27.22	28.14	D 4 26.61	29.13	D 5 30.97	31.84
25	20.22	D 9 25.36	25.46	D 4 25.72	26.04	D 6 25.91	26.87	D 5 25.39	27.81	D 5 29.84	30.72
30	18.63	D 6 23.97	24.01	D7 24.41	24.63	D5 25.03	25.94	D 6 24.51	26.75	D 5 28.99	29.83
35	17.29	D 4 22.56	22.56	23.33	23.60	D 5 24.24	25.18	D 6 23.75	25.83	D 5 28.31	29.11

Quelques remarques peuvent être faites :

O1. Les résultats obtenus en utilisant la TODDE sont toujours supérieurs aux résultats acquis en utilisant la meilleure ondelette mère de Daubechies. L'idée d'exploiter la diversité des ondelettes mère de cette famille conduit à l'augmentation des performances de la méthode de débruitage.

O2. Le filtre le plus performant est le filtre *bishrink*. Pour ce filtre, l'augmentation du gain associé à l'utilisation de la TODDE est de l'ordre de 1 dB.

Afin de comparer les différentes méthodes d'élimination du bruit de *speckle* et de montrer la supériorité des filtres en ondelettes, nous avons mesuré les performances obtenues avec d'autres filtres : le filtre médian, le filtre de Lee, le filtre de Kuan, le filtre Gamma, le filtre de Frost et le filtre proposé. L'erreur quadratique moyenne de l'image bruitée est de 3635. Le tableau suivant présente les valeurs des erreurs quadratiques moyennes des images obtenues après filtrage. Le meilleur moyennneur pour le traitement de l'image bruitée considérée est celui qui a une fenêtre glissante de taille 5. En ce qui concerne le filtre médian, le meilleur est celui qui utilise une fenêtre de taille 7. Pour les filtres de Lee nous pouvons choisir la taille de la fenêtre glissante, le paramètre du filtre et le nombre des balayages. Les meilleurs résultats ont été obtenus en utilisant une fenêtre de taille 7, un paramètre égal à 5 et un seul balayage. Pour les filtres de Kuan, le meilleur résultat a été atteint avec une fenêtre de taille 9, un paramètre égal à 5.5 et un seul balayage. Enfin, les meilleurs filtres Gamma et de Frost sont ceux qui utilisent respectivement une fenêtre de taille 5, un paramètre égal à 1.5 et un seul balayage, une fenêtre de taille 5, de paramètre égal à 1 et un seul balayage.

Image bruitée	Moyenneur 5-1	Médian 7-1	de Lee 7 5 1	de Kuan 9-5, 5-1	Gamma 5- 1,5- 1	de Frost 5-1-1	<i>Bishrink</i> +TODDE
3635	571.7	569.8	807.5	732.8	559.5	566	301.4

4. Résultats de simulation

Deux types de résultats de simulation sont présentés en utilisant des images synthétiques et des images réelles. Les images traitées sont extraites du CD "The CDROM SAR speckle filters", réalisé par le CNES

4.1. Simulation sur une image synthétique

L'image est formée de 6 sous-images, chacune d'entre elles étant choisie pour mettre en évidence une particularité des images SAR. Les sous-images (1,1), (2,2) et (2,3) sont des images réelles. La sous-image (1,2) permet d'étudier l'influence du *speckle* sur les régions texturées et sur les contours. La sous-image (2,1) présente une zone homogène qui permet le calcul du nombre équivalent de vues avant et après débruitage.

La figure 6 présente le résultat obtenu en appliquant la méthode de débruitage décrite ci-dessus. Le bruit n'a pas été complètement éliminé mais on remarquera que la méthode proposée n'induit pas de distorsions. La figure 7 présente l'image de différence entre les images présentées sur les figures 5 et 6. Une grande quantité de bruit a été éliminée, et l'image de différence ne contient pas de détails utiles issus de l'image à traiter.

En comparant les sous-images (1,2) avant et après filtrage, on peut constater que la méthode de débruitage n'affecte ni les contours ni les textures. Puisque la sous-image (1,3) est bien connue, on peut calculer l'augmentation du rapport signal à bruit obtenue. Cette augmentation vaut 1.75 dB.

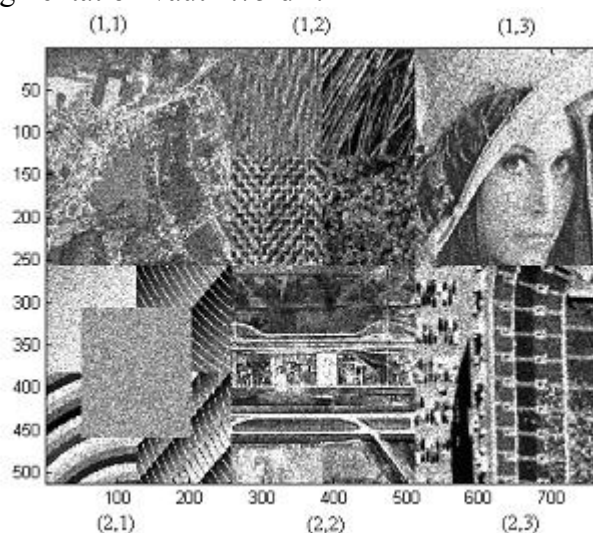


Figure 5. Une image d'entrée synthétique.

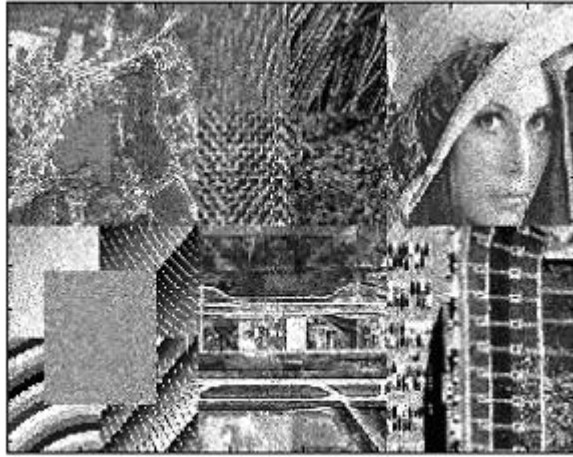


Figure 6. Le résultat global.

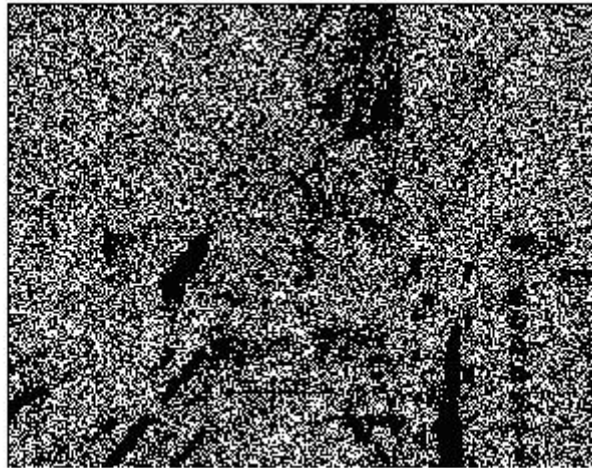


Figure 7. L'image de différence entre les images contenues dans les figures 5 et 6.

Pour apprécier l'augmentation du nombre de vues réalisée par la méthode proposée, nous considérons la région (2,1). Cette comparaison peut être réalisée à l'aide de la figure suivante.

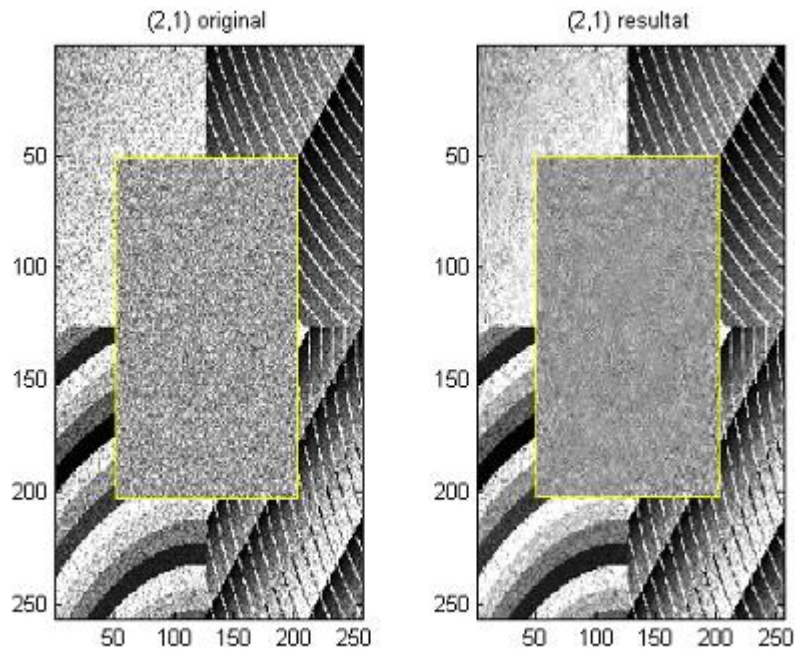


Figure 8. Une comparaison entre les images de la région (2,1) avant et après le débruitage.

La seule zone vraiment homogène de l'image à traiter est la région centrale des sous-images de la figure 8. En utilisant cette zone homogène, les valeurs obtenues pour le nombre de vues équivalent à l'entrée et à la sortie sont respectivement de 15 et de 62, soit un rapport supérieur à 4.

4.2. Simulation sur une image réelle

L'image présentée sur la figure 9, prise en 1994, est une image d'amplitude de type XSAR de montagnes, situées en Suisse, ayant un nombre de vues égal à trois. Le résultat est présenté dans la figure 10.

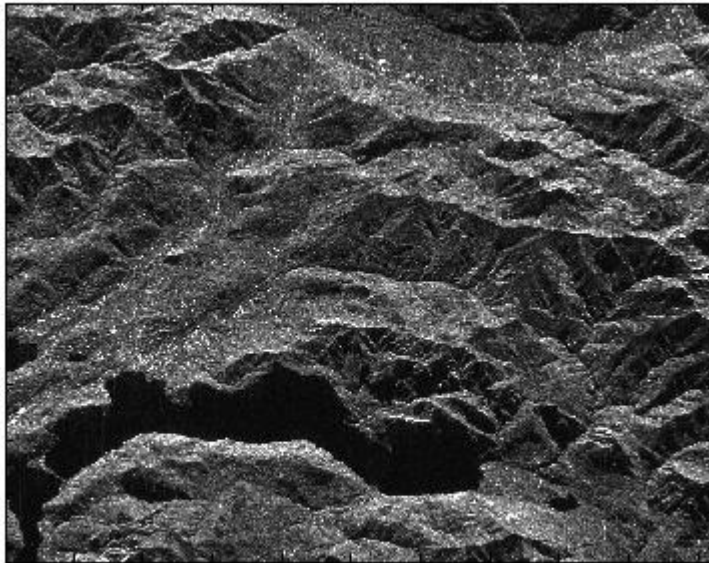


Figure 9. Une image de test réelle.

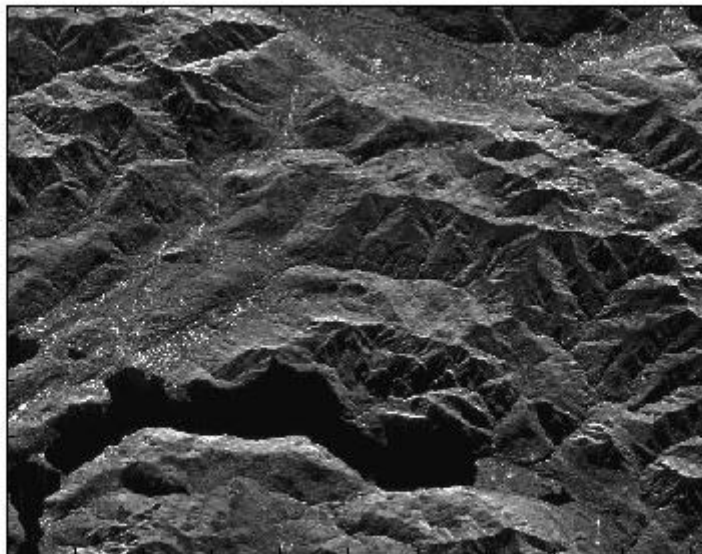


Figure 10. Le résultat obtenu en appliquant la méthode de débruitage proposée.

Pour mieux apprécier la qualité du débruitage, la figure suivante affiche les images obtenues sur la même région avant et après le filtrage.

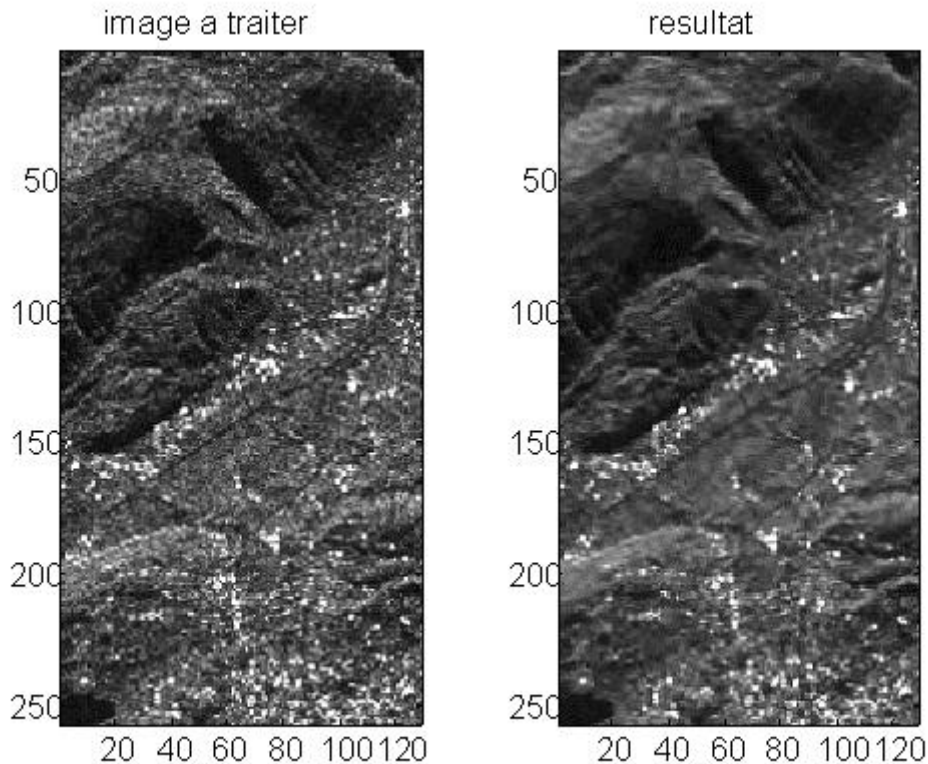


Figure 11. Une comparaison entre les images de la même région avant et après l'application de la méthode de débruitage proposée.

L'analyse de la dernière figure montre qu'il y a des régions où le bruit a été complètement éliminé sans pour autant affecter ni les textures ni les contours.

5. Conclusions

Une nouvelle méthode de débruitage des images SAR a été proposée. Elle conjugue l'utilisation d'une nouvelle transformée en ondelettes, la TODDE, proposée dans [Isar, Quin., Legr.'03] et l'utilisation d'un nouveau filtre MAP, proposé dans [Send.'02]. Une analyse statistique complète de cette méthode a fait l'objet de développements. Les hypothèses et les résultats de cette analyse ont pu être validés par des simulations. La qualité de la méthode pourrait cependant être augmentée si un filtre MAP 3D était utilisé et si des ondelettes mère plus performantes étaient combinées.

Bibliographie

- [Fjør., Lopè., Adra.'00] Roger Fjørtoft, Armand Lopès, Frédéric Adragna, Radiometric and Spatial Aspects of Speckle Filtering, *Proc. IGARSS'2000*, Honolulu, Hawaii, 24-28 July 2000.
- [Bouc.'01] Samuel Foucher, Gozé Bertin Béné, Jean-Marc Boucher, Multiscale MAP Filtering of SAR images, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, no.1, January 2001, 49-60.
- [Gagn.'99] Langis Gagnon, Wavelet Filtering of Speckle Noise-Some Numerical Results, *Proceedings of the conference Vision Interface 1999*, Trois Riviers, Canada, 1999.

- [Send.'02] L. Sendur and I. W. Selesnick. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency. *IEEE Trans. on Signal Processing*. 50(11): 2744-2756, November 2002.
- [Isar, Quin., Legr.'03] A. Isar, A. Quinquis, M. Legris, Débruitage des images SAR, Journée d'Etudes de la SEE, Radar et environnement marin, Brest, 10 juin 2003.
- [Daub.'88] I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Comm. Pure Appl. Math.*, No. 41, pp.909-996, 1988.
- [Dono.'94] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage, *Biometrika*, 81(3) : 425-455, 1994.
- [Gagn.'97] L. Gagnon, A. Jouan, Speckle Filtering of SAR Images-A Comparative Study Between Complex-Wavelet-Based and Standard Filters, Proc. of SPIE #3169 Conference "Wavelet Applications in Signal and Image Processing V", San Diego, 1997.
- [Gilc.'02] Eric Gilgenkrantz, Etude quantitative de quelques filtres anti-speckle, Rapport de stage réalisé sous la direction du Michel Legris, ENSIETA 2002.
- [Zhan.'00] H. Zhang, A. Nostratinia, R. O. Wells Jr., Image Denoising via Wavelet-Domain Spatially Adaptive FIR Wiener Filtering, *IEEE ICASP*, Istanbul, June 2000, vol. 5, 2179-2182.